

Ecuaciones Diferenciales II Examen XIX

FACULTAD
DE
CIENCIAS
UNIVERSIDAD DE GRANADA



Los Del DGIIM, losdeldgiim.github.io

Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas
Universidad de Granada



Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivadas 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0).

Eres libre de compartir y redistribuir el contenido de esta obra en cualquier medio o formato, siempre y cuando des el crédito adecuado a los autores originales y no persigas fines comerciales.

Ecuaciones Diferenciales II Examen XIX

Los Del DGIIM, losdeldgiim.github.io

Granada, 2026

Asignatura Ecuaciones Diferenciales II.

Curso Académico 2014/2015.

Grado Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas.

Grupo Único.

Profesor Rafael Ortega Ríos.

Descripción Convocatoria Extraordinaria.

Fecha 17 de septiembre de 2015.

Ejercicio 1. Calcula la solución maximal del problema

$$\dot{x} = x^2 + 1, \quad x(0) = 1.$$

Ejercicio 2. Encuentra una retracción del plano en el conjunto

$$E = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + 4y^2 \leq 1\}.$$

Ejercicio 3. Encuentra una sucesión de funciones continuas $f_n : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ de manera que $\{f_n\}$ sea uniformemente acotada pero no sea equicontinua.

Ejercicio 4. Se considera la sucesión de funciones $\{x_n\}$, $x_n : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ definidas de manera inductiva por las fórmulas

$$x_0(t) = 1, \quad x_{n+1}(t) = 1 + \int_0^t \sin(x_n(\tau)) d\tau.$$

Demuestra que existe una sucesión parcial que converge uniformemente.

Ejercicio 5. Dado $n \geq 1$ se considera la solución $x_n(t)$ del problema

$$\dot{x} = \cos(x/n), \quad x(0) = 1.$$

Calcula, si existe, $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n(t)$.

Ejercicio 6. Se considera la ecuación $\ddot{x} + \dot{x} + \sin x = 0$. ¿Es el equilibrio $x = 0$ asintóticamente estable?

Ejercicio 7. Encuentra un plano que sea invariante para el sistema $\dot{x} = Ax$ donde A es la matriz

$$\begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & -1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Ejercicio 8. Se supone que $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, $(t, x) \mapsto f(t, x)$ es continua y cumple

$$|f(t, x) - f(t, y)| \leq 7|x - y|.$$

Demuestra que la ecuación integral

$$x(t) = 2 + \int_0^t \frac{1}{\sqrt{|s|}} f(s, x(s)) ds$$

tiene a lo sumo una solución continua y definida en todo $\mathbb{R}$.